

Università di Trieste, Dipartimento di Matematica e Geoscienze

Esame di Analisi 3 mod. A (6 CFU - LT in Matematica)

Trieste, 11 giugno 2015

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x, y, z) = \frac{x + y + z}{x^2 + y^2 + z^2 + 1}.$$

i) Si determini il massimo e il minimo della funzione f sull'insieme

$$\Gamma_r = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x^2 + y^2 + z^2 = r\},$$

dove $r \in [0, +\infty[$.

ii) Si calcoli $\lim_{|(x,y,z)| \rightarrow +\infty} f(x, y, z)$.

iii) Si determini $f(\mathbb{R}^3)$.

Esercizio 2. Si Consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'_k(t) = ku_k(t) + e^{-k^2 t} & \text{per } 0 \leq t \leq 1, \\ u_k(0) = 0. \end{cases}$$

i) Si determini $u_k(t)$.

ii) Si studi la convergenza della successione $(u_k(t))_k$ sull'intervallo $[0, 1]$.

Esercizio 3. Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} 4^n \sin \frac{x}{5^n}$$

i) Si determini l'insieme di convergenza della serie.

ii) Si dica se la convergenza è uniforme sull'insieme del punto i).

iii) Detta $S(x)$ la somma della serie, si calcoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{S(x)}{x}.$$