

Università di Trieste, Dipartimento di Matematica e Geoscienze
Esame di Analisi 3 mod. A (6 CFU - LT in Matematica), prova
per gli studenti Erasmus
Trieste, 10 febbraio 2015

Esercizio 1. Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \frac{x + y}{x^2 + y^2 + 1}.$$

- i) Si determini il gradiente di f .
- ii) Si determinino i punti stazionari e la loro natura.
- iii) Si calcoli $\lim_{|(x,y)| \rightarrow +\infty} f(x, y)$.
- iv) Si determini $f(\mathbb{R}^2)$.
- iv) Si determini il piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 1, 2/3)$.

Esercizio 2. Si determini il massimo e il minimo della funzione $f(x, y, z) = xyz$ sull'insieme

$$\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, xy + yz + zx = 1\}.$$

Esercizio 3. Si determinino tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$u'' + 2u' + u = e^{-t}.$$

Esercizio 4. Si consideri la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} x(1-x)^n.$$

- i) Si determini l'insieme di convergenza della serie.
- ii) Si dica se la convergenza è uniforme sull'insieme del punto i).
- iii) Si calcoli la somma della serie.

Esercizio 5.

- i) Provare che se una funzione è differenziabile allora è continua.
- ii) Provare che l'insieme di convergenza di una serie di potenze è un intervallo.