

Università di Trieste, Dipartimento di Matematica e Geoscienze

Esame di Analisi 3 mod. A (LT in Matematica)

Trieste, 8 luglio 2014

**Esercizio 1.** Si consideri la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{x^2 + n + 1}{n^2 - 1}.$$

- i) Si provi che su ogni intervallo  $[-M, M]$ , con  $M > 0$ , la serie converge uniformemente.
- ii) Si determini per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  la serie converge assolutamente.
- iii) Indicata con  $s(x)$  la funzione somma, si calcoli  $\lim_{k \rightarrow +\infty} s(1/k)$ .

**Esercizio 2.** Si consideri la funzione

$$f(x, y, z) = xy + z + z^2 + xyz.$$

- i) Si determinino i punti stazionari e la loro natura.
- ii) Si determinino il massimo e il minimo di  $f$  sull'insieme

$$\Gamma = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1\}.$$

- iii) Si dica se esiste ed eventualmente si calcoli il piano tangente all'insieme

$$G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y, z) = 0\}$$

nel punto  $(0, 0, 0)$ .

**Esercizio 3.**

- i) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = -t(t-1)u, \\ u(0) = 1. \end{cases}$$

- ii) Al variare di  $a \in \mathbb{R}$ , si calcoli  $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t)$ , dove  $v$  è soluzione di

$$\begin{cases} v' = -t \sin v, \\ v(0) = a. \end{cases}$$

- iii) Si trovino tutte le soluzioni di

$$u' = -tu + t^3.$$