**Università di Trieste, Dipartimento di Matematica e Geoscienze**

**Esame di Analisi 3 mod. A (LT in Matematica)**

**Trieste, 17 giugno 2014**

**Esercizio 1.**

a) Si determinino i punti stazionari, si dica qual è la loro natura e si determini il valore di $\sup_{\mathbb{R}^3} f$ e $\inf_{\mathbb{R}^3} f$, con

$$f(x,y,z) = x^2 + y^4 + y^2 + z^3 - 2xz.$$

b) Si dica se esistono ed eventualmente si determinino $\max_\Gamma g$ e $\min_\Gamma g$, con

$$g(x,y,z) = (x+y)(z^2+1), \qquad \Gamma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 = 1\}.$$

**Esercizio 2.**

a) Si determini l'insieme di convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^{2n}}{\sqrt{n+1}}.$$

b) Detta $s(x)$ la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n+1)x^n,$$

si dica per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ esiste $s'(x)$, eventualmente trovandone il valore esplicito.

**Esercizio 3.**

i) Si risolva il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = \dfrac{u^2}{t^2} + \dfrac{u}{t}, \\ u(1) = 0. \end{cases}$$

ii) Al variare di $a,\ b \in \mathbb{R}$, si indichi con $u_{(a,b)} : ]\alpha_{(a,b)}, \beta_{(a,b)}[ \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale di

$$\begin{cases} u'' + u' + u = 1, \\ u(0) = a, u'(0) = b \end{cases}$$

Si dica se esiste ed eventualmente si calcoli il $\lim_{t \to \beta_{(a,b)}} u_{(a,b)}(t)$.