

Prova di allenamento per la gara di matematica a squadre

Trieste 11 febbraio 2014

Istruzioni Generali

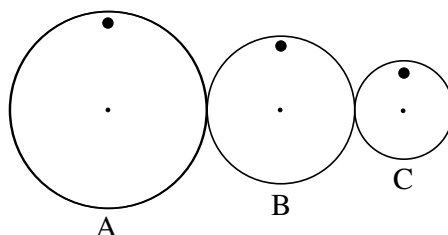
1. Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare sul cartellino delle risposte un numero intero, compreso tra 0000 e 9999.
2. Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi la sua parte intera.
3. Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000.
4. Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, oppure se non è univocamente determinata, si indichi 9999.
5. Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tener conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2360 \quad \pi = 3.1416.$$

1. Un cortile triangolare viene diviso in tre triangoli (detti T_1, T_2 e T_3) con delle trasenche che partono dai vertici del cortile e concorrono in un punto interno. T_1 e T_2 sono isosceli, con base sul lato del cortile. Il lato che hanno in comune è lungo quanto il lato del cortile che appartiene a T_3 . Sapendo che gli angoli alla base di T_1 misurano 20° , determinare gli angoli del cortile. Nella risposta, scrivere un numero di 4 cifre dove le prime due cifre (da sinistra) di indicano l'angolo maggiore, e le ultime due cifre indicano l'angolo minore (misurati in gradi).
2. Sei colleghi devono fare un viaggio di lavoro. A causa di alcune incompatibilità di carattere, decidono di viaggiare a gruppi di 2, usando mezzi di trasporto diversi: aereo, treno, autobus. Francesco viaggia con Gianfranco. Massimo prende l'aereo. Romano non vuole assolutamente viaggiare con Silvio, né prendere l'aereo. Umberto non viaggia in treno. Determinare con quali mezzi viaggeranno i 6 colleghi.
Per scrivere la risposta, usare la convenzione che aereo = 1, treno = 2, autobus = 3, quindi indicare, da sinistra verso destra, i mezzi di trasporto scelti da Francesco, Romano, Silvio, Umberto.
3. Stefano gioca in una squadra di calcio che partecipa ad un campionato a 20 squadre, in cui ogni formazione incontra ciascuna delle rimanenti 2 volte, una in casa ed una in trasferta. Dalle analisi tecniche risulta che in ogni partita Stefano corre in media per 10 km, uniformemente distribuiti durante lo svolgimento della gara. Per gestire lo sforzo, l'allenatore ha deciso che Stefano giocherà per intero i 2 derby e tutte le altre partite in casa, mentre giocherà il solo primo tempo in tutte le altre partite in trasferta. Determinare quanti km correrà Stefano durante l'intero campionato.
4. Un piazzale di forma quadrata e di lato 80 metri è sorvegliato da un ferocissimo cane che è trattenuto da due guinzagli, lunghi 80 metri. Il primo guinzaglio è fissato in un vertice del quadrato, il secondo è fissato nel vertice opposto. Qual è l'area di piazzale che è sotto il controllo del cane?
5. Un numero si dice *palindromo* se non cambia leggendolo da sinistra verso destra oppure da destra verso sinistra (ad esempio 313 o 4320234). Trovare il più piccolo numero intero di quattro cifre palindromo e divisibile per 9.
6. Un concessionario acquista un'auto usata e la rivende ad un prezzo maggiorato. I due prezzi di acquisto e rivendita sono numeri interi di

euro, di quattro cifre ciascuno, per scrivere i quali si usano una ed una sola volta tutte le cifre da 1 ad 8. Determinare quanti euro guadagna, come minimo, il concessionario.

7. Ad un tavolo rotondo a sei posti (numerati in senso orario con 1, 2, ..., 6) siedono Ada, Ben, Cox, Dag, Egg, Fox. Se Ada e Ben si scambiassero di posto, Ada sarebbe vicina ad Egg. Alla sinistra di Ben non c'è Fox. Fox non è vicino a Dag. Ada sta tra Dag ed Egg. Sapendo che Ada siede nel posto 1, scrivere il numero di 4 cifre che corrisponde rispettivamente ai posti di Ben, Cox, Dag, Fox.
8. Tre ruote dentate A , B e C sono messe in modo che A e B sono collegate, così come B e C . Quando C fa 13 giri, B ne fa 12, quando B fa 21 giri, A ne fa 8. Inizialmente le tre ruote sono ferme e tutte e tre hanno un bollino nero nel punto più alto (si veda la figura sottostante). La ruota C viene poi fatta girare con velocità costante di un giro ogni secondo. Dopo quanti secondi i tre bollini saranno di nuovo nella posizione di partenza per la prima volta?



9. Il prodotto di $18 \times 108 \times 1008 \times 11 \times 101 \times 1001$ vale $2179AB933427C$ dove A, B, C rappresentano tre cifre che, per un disguido, si sono cancellate. Quanto vale il numero ABC formato dalle tre cifre mancanti?
10. Stefano ed i suoi 4 fratelli compiono tutti gli anni il 18 marzo, ma sono nati tutti in anni diversi. Moltiplicando tra di loro i 4 numeri che rappresentano le differenze d'età (intese sempre come positive) tra Stefano ed i suoi fratelli si ottiene 25. Sapendo che Stefano è nato nel 1986, determinare la somma dei 5 anni in cui sono nati Stefano ed i suoi 4 fratelli.

Alcuni dei testi sono presi dai precedenti problemi
delle gare a squadre
delle Olimpiadi della Matematica
<http://galileo.dima.unige.it/>

Soluzioni

1. 8030
2. 2313
3. 0290
4. 3653
5. 1881
6. 0247
7. 5324
8. 0091
9. 0232
10. 9930